$= EGB$ (I, 15), also auch $EGB = GHD$. Man füge BGH beiderseits hinzu; dann sind $EGB + BGH = BGH + GHD$; aber $EGB + BGH = 2$ R. (I, 13); also sind auch $BGH + GHD = 2$ R. — S.

§ 30 (L. 21)

Derselben geraden Linie parallele sind auch einander parallel.

AB, CD seien beide $\parallel$ EF. Ich behaupte, daß auch $AB \parallel CD$.

Man bringe die gerade Linie GK mit ihnen zum Schnitt.

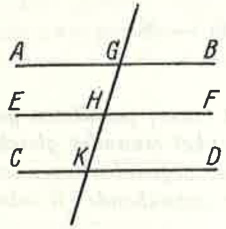

Fig. 30.

Da die parallelen geraden Linien AB, EF von der geraden Linie GK geschnitten werden, ist $AGK = GHF$ (I, 29). Ebenso ist, da die parallelen geraden Linien EF, CD von der geraden Linie GK geschnitten werden, $GHF = GKD$ (I, 29). Wie oben bewiesen, ist $AGK = GHF$; also ist auch $AGK = GKD$; sie sind dabei Wechselwinkel. Also ist $AB \parallel CD$ (I, 27) — [S.] dies hatte man beweisen sollen.

§ 31 (A. 10).

Durch einen gegebenen Punkt eine einer gegebenen geraden Linie parallele gerade Linie zu ziehen.

Der gegebene Punkt sei A, die gegebene gerade Linie BC. Man soll durch den Punkt A eine der geraden Linie BC parallele gerade Linie ziehen.

Auf BC wähle man Punkt D beliebig, ziehe AD, trage an die gerade Linie DA im Punkte A auf ihr $\angle DAE = ADC$ an (I, 23) und verlängere EA gerade um die gerade Linie AF.

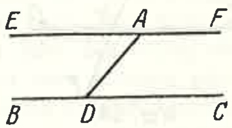

Fig. 31.

Da die gerade Linie AD beim Schnitt mit den zwei geraden Linien BC, EF einander gleiche Wechselwinkel bildet, nämlich EAD, ADC, so ist $EAF \parallel BC$ (I, 27).

Also hat man durch den gegebenen Punkt A zur gegebenen Linie BC parallel die gerade Linie EAF gezogen — dies hatte man ausführen sollen.

§ 32 (L. 22).

An jedem Dreieck ist der bei Verlängerung einer Seite entstehende Außenwinkel den beiden gegenüberliegenden Innenwinkeln zusammen gleich, und die drei Winkel innerhalb des Dreiecks sind zusammen zwei Rechten gleich.

Das Dreieck sei ABC. Man verlängere seine eine Seite BC nach D; ich behaupte, daß der Außenwinkel ACD den beiden gegenüberliegenden Innenwinkeln $CAB + ABC$ gleich ist und die drei Winkel innerhalb des Dreiecks $ABC + BCA + CAB = 2$ R.

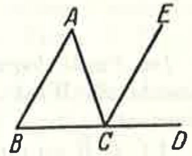

Fig. 32.

Durch Punkt C ziehe man $CE \parallel$ zur geraden Linie AB (I, 31).

Da $AB \parallel CE$ und sie von AC geschnitten werden, sind die Wechselwinkel $BAC = ACE$ (I, 29). Ebenso ist, da $AB \parallel CE$ und sie von der geraden Linie BD geschnitten werden, der äußere Winkel ECD dem innen gegenüberliegenden ABC gleich (I, 29). Wie oben bewiesen, ist auch $ACE = BAC$; also ist der ganze Winkel ACD den beiden gegenüberliegenden Innenwinkeln $BAC + ABC$ gleich (Ax. 2). Man füge ACB beiderseits hinzu; dann sind $ACD + ACB = ABC + BCA + CAB$. Aber $ACD + ACB = 2$ R. (I, 13); also sind auch $ACB + CBA + CAB = 2$ R. — S.

§ 33 (L. 23).

Strecken, welche gleiche und parallele Strecken auf denselben Seiten verbinden, sind auch selbst gleich und parallel.

AB, CD seien gleich und parallel, und die Strecken AC, BD mögen sie auf denselben Seiten verbinden. Ich behaupte, daß auch AC, BD gleich und parallel sind.

Man ziehe BC.

Da $AB \parallel CD$ und sie von BC geschnitten werden, sind die Wechselwinkel $ABC = BCD$ (I, 29). Da $AB = CD$ ist und BC gemeinsam, so sind zwei Seiten AB, BC